

Nome: _____ Cognome: _____ Orale: in presenza da remoto

Regole: Voto minimo di ogni esercizio = 0. Esercizi 1-4: risposta giusta = 1, risposta omessa = 0, risposta sbagliata = -0.5.
Esercizio 5: punti 0-10. Esercizio 6: punti 0-6.

Esercizio 1 Sia

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 2t.$$

1. L'integrale generale dell' equazione omogenea è $y(t) = c_1 e^{-t} + c_2 e^{-t}$; V F
2. una soluzione particolare dell' equazione non omogenea è $y_p(t) = 2t - 4$; V F
3. l'integrale generale dell' equazione non omogenea è $y(t) = c_1 e^{-t} + c_2 e^{-t} + 2t - 4$; V F
4. la soluzione del Problema di Cauchy con dati iniziali $y(1) = e^{-1} - 2, y'(1) = e^{-1} + 2$ è $y(t) = -e^{-t} + 2e^{-t} + 2t - 4$. V F

Esercizio 2 Date $a_n = \frac{(-1)^n \sqrt{n+1}}{n^2+1}$ e b_n limitata tale che $b_n \neq 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$, allora

1. $a_n b_n$ è infinitesima V F
2. $\frac{a_n}{b_n}$ è limitata V F
3. a_n è monotona V F
4. $\frac{\cos(a_n b_n) - 1}{(a_n b_n)^2}$ è infinitesima. V F

Esercizio 3 Sia $f(x) = e^{3x} - \frac{1}{1-3x}$ e $p_n(x)$ il polinomio di Taylor di ordine n di f in 0. Allora

1. f ha massimo in $[0, 4]$ V F
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 4$ V F
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - p_3(x)}{x} = 0$ V F
4. $p_2(x) = 3x^2$. V F

Esercizio 4

1. Se $\int_0^{+\infty} |f(x)| dx < +\infty$ allora $\lim_{\delta \rightarrow +\infty} \int_{\delta}^{+\infty} |f(x)| dx = 0$ V F
2. L'integrale $\int_0^1 \ln(2x) dx$ è assolutamente convergente V F
3. $\int_0^{+\infty} \frac{x}{x^3 + 4} dx = +\infty$ V F
4. Se $f \in C([-1, +\infty))$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ allora $\int_{-1}^{+\infty} f(x) dx < +\infty$ V F

Esercizio 5 Data la funzione

$$f(x) = (x + 1) \exp\left(\frac{x + 2}{x + 1}\right)$$

1. determinare il dominio di f e studiarne il segno;
2. studiare gli asintoti, continuità e derivabilità ;
3. studiare punti di max, min e flessi evidenziando gli eventuali intervalli in cui la funzione f e' convessa;
4. disegnarne il grafico approssimativo.

Esercizio 6 Risolvere il seguente integrale definito

$$\int_0^2 x^2 \ln(8 - x^3) dx.$$